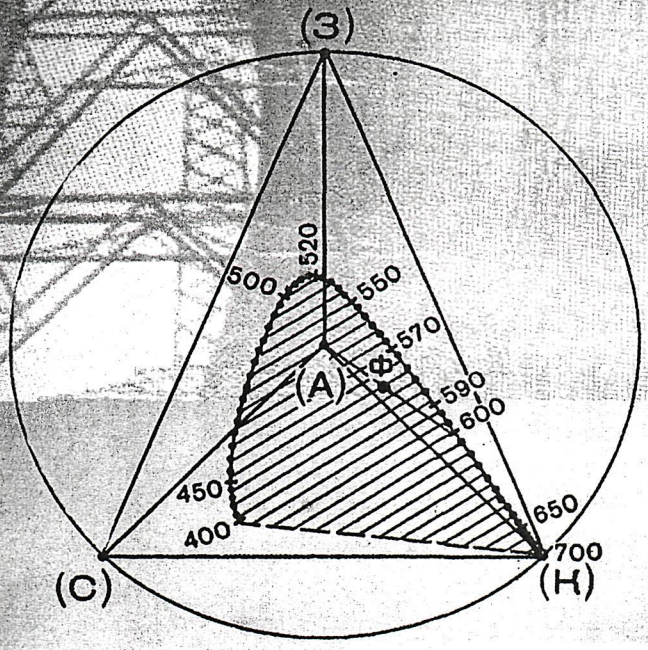
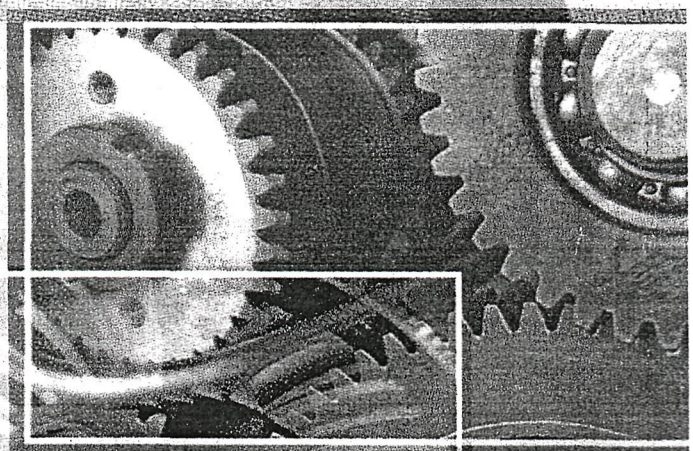
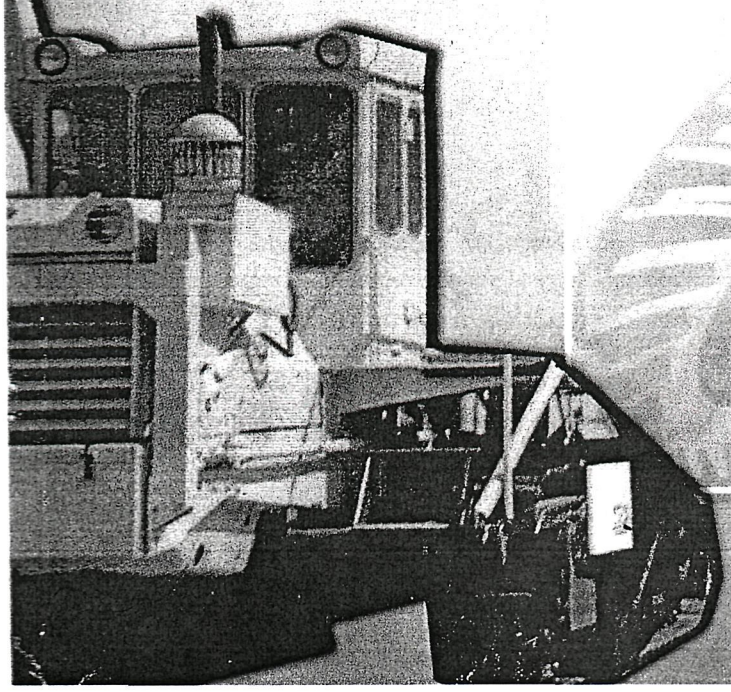
Естественные и технические науки®

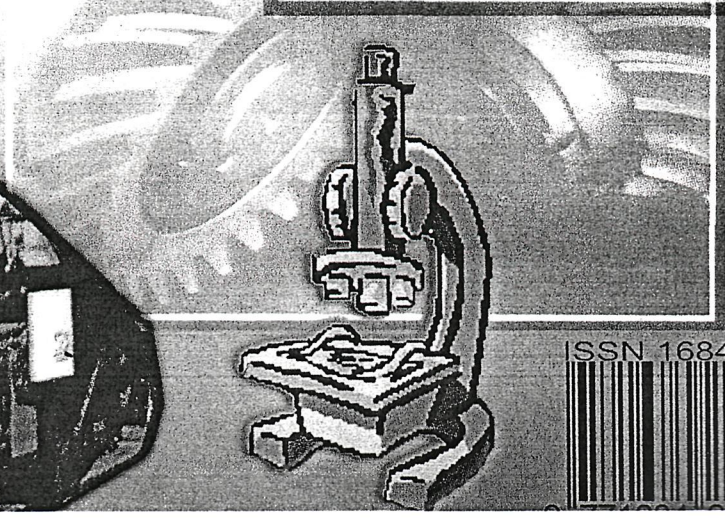
Заверяю: уч. секр. Дс
Д 25.21.643 Исаева Г.С.



ISSN 1684-262







ISSN 1684-2626

Естественные и технические науки®

№ 5 (119) 2018 г.

ISSN 1684-2626

*В соответствии с решением Высшей аттестационной комиссии журнал «**Естественные и технические науки**» включен в Перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени доктора и кандидата наук и международную базу данных Chemical Abstracts.*

Учредитель – *Издательство «Спутник+»*
Корректор – *А.А. Полякова*
Компьютерный набор и верстка – *О. Щуклин*

Адрес редакции: Россия, 109428, Москва, Рязанский проспект, д. 8а

Телефон: (495) **730-47-74, 778-45-60** (с 9 до 18, обед с 14 до 15)

E-mail: print@sputnikplus.ru

Издание зарегистрировано
Министерством Российской Федерации по делам печати, телерадиовещания и средств массовых коммуникаций

Свидетельство о регистрации
ПИ № ФС77-39983 от 20 мая 2010 г.

Объем 37,25 печ. л.
Тираж 1000 экз. Заказ № 1831.
Подписано в печать 28.05.2018.

Отпечатано в ООО «Издательство «Спутник+»
ПД №1–00007 от 28.07.2000

Строительство и эксплуатация нефтегазопроводов, баз и хранилищ

Краснов А.Н. (Уфимский государственный нефтяной технический университет)
Измерение скорости движения газового потока в технологических трубопроводах 101

Геомеханика, разрушение горных пород, рудничная аэрогазодинамика и горная теплофизика

Баялиева Ж.А., Ботоканова Б.А. (Кыргызский национальный аграрный университет (КНАУ) им. К.И. Скрябина), Жумабаев Б. (Кыргызско-Российский славянский университет им. Б.Н. Ельцина)
Моделирование и расчет напряженного и деформированного состояния напорных туннелей в массиве вблизи речного каньона 108

Физическая география и биогеография, география почв и геохимия ландшафтов

Лебедев А.Т., Очинский В.В. (Ставропольский государственный аграрный университет), Бурым Ю.В., Каторгин И.Ю. (Северо-Кавказский федеральный университет), Глебова Е.Н., Казакова А.Д. (Ставропольский государственный аграрный университет)
К построению биолого-географического метода определения мест отрождения саранчи (на примере Ставропольского края) 119

Геоморфология и эволюционная география

Акпамбетова К.М., Абиева Г.Б., Жангожина Г.М. (Карагандинский государственный университет им. академика Е.А. Букетова, Казахстан)
Геоморфологические и гидрологические условия изменения речных долин Центрального Казахстана в период половодий 126

Землеустройство, кадастр и мониторинг земель

Кряхтунов А.В., Черных Е.Г., Богданова О.В. (Тюменский индустриальный университет)
Направления эффективного использования земельного фонда на примере Абатского района Тюменской области 129
Сератирова В.В., Саприн С.В. (Ухтинский государственный технический университет)
Мероприятия по снижению негативного воздействия на окружающую среду при капитальном ремонте участка газопровода 133

Геодезия

Кузин А.А., Вальков В.А. (Санкт-Петербургский горный университет)
Моделирование рельефа оползнеопасных склонов на основе лазерно-локационных данных 137

Геоэкология

Белкин П.А., Красильникова С.А., Блинов С.М. (Пермский государственный национальный исследовательский университет)
Исследование содержания ртути в отходах Березниковского содового завода 141
Боденко Е.М. (Санкт-Петербургский государственный экономический университет), Перепеченов А.М. (Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I)
Геоэкологическая оценка способа сбора и вывоза строительных отходов в городской черте в процессе подготовки объекта к сносу 143
Геоэкологический аспект утилизации строительных отходов в гранитных карьерах 149

Редакционная коллегия журнала:

А.Я. Хавкин	**главный редактор**, доктор технических наук, главный научный сотрудник Института проблем нефти и газа РАН, профессор Российского государственного университета нефти и газа им. И.М. Губкина, сопредседатель бюро секции «Нанотехнологии для нефтегазового комплекса» , Нанотехнологического общества России, Почетный нефтяник РФ, лауреат премии Миннефтепрома СССР, лауреат премии им. академика И.М. Губкина, лауреат премии им. Н.К. Байбакова, кавалер медали ЮНЕСКО «За вклад в развитие нанонауки и нанотехнологий»
И.И. Иванов	доктор биологических наук, профессор, главный научный сотрудник кафедры биофизики Биологического факультета Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова, лауреат Государственной премии СССР (1983)
Ю.Г. Калпин	доктор технических наук, профессор кафедры кузовостроения и обработки давлением Московского государственного технического университета «МАМИ»
В.Ф. Касьянов	доктор технических наук, профессор, зав. кафедрой технической эксплуатации зданий Московского государственного строительного университета, Заслуженный работник высшей школы РФ, Почетный работник профессионального высшего образования РФ, Почетный строитель России и г. Москвы, Почетный работник ЖКХ России
Л.Г. Константинова	доктор биологических наук, профессор, заведующая лабораторией экологии микроорганизмов Института биоэкологии Каракалпакского отделения АН Республики Узбекистан
Т.А. Краснова	доктор технических наук, профессор, заведующая кафедрой аналитической химии и экологии Кемеровского технологического института пищевой промышленности, Почетный работник Высшей школы, Заслуженный эколог РФ
Т.В. Мальцева	доктор физико-математических наук, профессор, проректор по научной и инновационной работе Тюменского государственного архитектурно-строительного университета
В.А. Неганов	доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой основ конструирования и технологий РТС Поволжской государственной академии телекоммуникаций и информатики, Почетный радист, лауреат Губернской Премии в области науки и техники
А.Н. Николаев	доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой оборудования пищевых производств Казанского государственного технологического университета, профессор кафедры теоретических основ теплотехники Казанского государственного технического университета
Ю.Р. Осипов	доктор технических наук, профессор кафедры теории и проектирования машин и механизмов Вологодского государственного технического университета, Почетный работник высшего образования РФ

Н.И. Подгорнов	доктор технических наук, профессор кафедры организации и реновации производства Московского государственного строительного университета
Н.Д. Поляхов	доктор технических наук, профессор Санкт-Петербургского государственного электротехнического университета «ЛЭТИ»
О.А. Решетник	доктор технических наук, профессор, заведующая кафедрой технологии пищевых производств Казанского государственного технологического университета, член Общества биотехнологов России им. Ю.А. Овчинникова, член Российского отделения Общества микробиологов, Заслуженный деятель науки и техники Республики Татарстан
О.И. Ручкинова	доктор технических наук, профессор кафедры теплогазосабжения, вентиляции и водоснабжения Пермского национального исследовательского политехнического университета
Ф.Н. Сарапулов	доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой электротехники и электротехнологических систем Уральского государственного технического университета
Н.С. Снегирева	доктор биологических наук, ведущий научный сотрудник Института прикладной механики РАН, изобретатель СССР
В.В. Солдатов	доктор технических наук, профессор кафедры систем управления Московского государственного университета технологий и управления
Д.И. Стом	доктор биологических наук, профессор кафедры гидробиологии и зоологии беспозвоночных Иркутского государственного университета, заведующий лабораторией Научно-исследовательского института биологии при Иркутском государственном университете, Изобретатель СССР, Заслуженный работник высшей школы РФ
А.А. Хусаинов	доктор физико-математических наук, профессор кафедры математического обеспечения и применения ЭВМ Комсомольского-на-Амуре государственного технического университета, Почетный работник высшего профессионального образования РФ
Т.А. Цехмистренко	доктор биологических наук, профессор кафедры анатомии человека Медицинского факультета Российского университета дружбы народов, Почетный работник высшего профессионального образования
В.Я. Шапиро	доктор технических наук, старший научный сотрудник, профессор кафедры высшей математики Санкт-Петербургской государственной лесотехнической академии
В.Н. Шапран	доктор технических наук, профессор кафедры двигателей Рязанского военного автомобильного института
А.Н. Шелаев	доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник Научно-исследовательского института ядерной физики им. Д.В. Скобельцына Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова, лауреат премии им. академика Р.В. Хохлова

Геомеханика, разрушение горных пород, рудничная аэрогазодинамика и горная теплофизика

Баялиева Ж.А., *кандидат технических наук, старший преподаватель*
Ботоканова Б.А., *старший преподаватель*
(Кыргызский национальный аграрный университет (КНАУ) им. К.И. Скрябина)
Жумабаев Б., *доктор технических наук, профессор Кыргызско-Российского славянского университета им. Б.Н. Ельцина*

МОДЕЛИРОВАНИЕ И РАСЧЕТ НАПРЯЖЕННОГО И ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ НАПОРНЫХ ТУННЕЛЕЙ В МАССИВЕ ВБЛИЗИ РЕЧНОГО КАНЬОНА

В статье дано закономерности распределения напряжений вокруг туннелей овальным или треугольными поперечными сечениями, когда туннель находится под напором воды и в зоне влияния речного каньона.

Ключевые слова: *речной каньон, гравитация, тектоническое сжатие, гидростатический напор, деформация, напряжения, конформное отображение, упругость.*

Bayalieva J.A.
Botokanova B.A.
Jumabaev B.

MODELLING AND CALCULATION OF THE STRAINED AND DEFORMED CONDITION OF PRESSURE HEAD TUNNELS IN THE MASSIF NEAR THE RIVER CANYON

The article gives the patterns of stress distribution around tunnels with oval or triangular cross sections, when the tunnel is under pressure of water and in the zone of influence of the river canyon.

Keywords: *rechny canyon, gravitation, tectonic compression, hydrostatic pressure, deformation, tension, conformal display, elasticity.*

Введение. Для расчета распределения напряжений вокруг напорных туннелей в горной местности [1], прежде всего, необходимо знать начальное напряженное состояние горного массива [2–6], при отсутствии туннеля. Это начальное напряженное состояние формируется при совместном действии гравитационных [7–11], сейсмических инерционных [2, 3, 11], горизонтальных тектонических сил [11, 13] и распределяется в зависимости от формы конкретного рельефа массива. Методом «разгрузки» измеренные величины начального напряженного состояния массивов в разных районах земной коры [5] указывают наличие в массиве, кроме напряжений от силы гравитации, так называемые «тектонические» напряжения, которые в большинстве случаев являются горизонтально сжимающими. Когда известно начальное напряженное состояние массива в центре воображаемого туннеля, то для оценки напряженного состояния массивов вокруг напорных туннелей необходимо дополнительно установить влияние образования туннеля на распределение напряжений вокруг туннелей и влияния гидростатического напора на перераспределения напряжений. Таким образом, методом Колосова-Мусхелишвили [13] как при оценке напорного туннеля с эллиптическим (круглым) сечением

[14] будем моделировать и выполнять расчет напорных туннелей некоторых форм, находящихся вблизи речного каньона [7, 8, 11, 15, 16]. Следует отметить, что ранее в [15] исследователем Г. Нейбером исследована полуплоскость с вырезом при горизонтальном одноосном растяжении и сжатии, в работе [16] рассмотрено действие на контур каньона распределенной нагрузки с треугольной эпюрой. Каньон в поле сил гравитации изучен в работах [7, 8]. В отличие от работ [7, 8, 15, 16] ниже рассмотрены массивы канона в поле действия объемных сил и горизонтального тектонического сжатия. В отличие от работ в [17] рассмотрены туннели в зоне каньона, где учитываются совместные действия силы гравитации, тектонического сжатия и гидростатического напора воды на контур туннелей с овальным, или треугольными сечениями. Используется передовая технология расчета и графического оформления результатов расчета полей напряжений и деформаций вокруг туннелей в MATCHAD [19].

Модель напряженного состояния массивов пород вокруг туннеля с овальным или треугольным сечением в зоне речного каньона в рамках метода [15] создается в виде суммы полей напряжений:

$$\sigma_x^0 = \sigma_x^n + \sigma_x^p + \sigma_x^m + \sigma_x^н, \quad \sigma_y^0 = \sigma_y^n + \sigma_y^p + \sigma_y^m + \sigma_y^н, \quad \tau_{xy}^0 = \tau_{xy}^n + \tau_{xy}^p + \tau_{xy}^m + \tau_{xy}^н. \qquad (1)$$

Первые компоненты в (1), интегралы от дифференциальных уравнений равновесия [2], представлены в виде:

$$\sigma_x^n = A_1 * y + T_x; \quad \sigma_y^П = A_2 y; \quad \tau_{xy}^П = A_3 y, \qquad (2)$$

где $A_1 = \lambda * \gamma * (1 - k_c * \cos\delta)$; $A_2 = \gamma * (1 - k_c * \cos\delta)$; $A_2 = k_c \cdot \gamma * \sin\delta$.

λ – коэффициент бокового распора горных пород;

γ – объемный вес горных пород;

k_c – коэффициент сейсмичности горного региона;

δ – направление действия сейсмической силы;

T_x – горизонтальная тектоническая сила.

Напряжения σ_x^p, σ_y^p, τ_{xy}^p – поля напряжений, которые характеризуют влияния рельефа горы [11], которые вместе с первым полем определяют начальное напряженное состояние массивов каньона без туннеля и имеют вид:

$$\sigma_x^н = \sigma_x^n + \sigma_x^p \quad \sigma_y^н = \sigma_y^n + \sigma_y^p \quad \tau_{xy}^н = \tau_{xy}^n + \tau_{xy}^p. \qquad (3)$$

Поля напряжений (3) на дневной поверхности массива каньона удовлетворяют граничным условиям:

$$\begin{gathered}(\sigma_x^p + \sigma_x^n + T_x) * \cos(n, x) + (\tau_{xy}^p + \tau_{xy}^n)\cos(n, y) = 0;\\ (\tau_{xy}^p + \tau xy^в)\cos(n, x) + (\sigma y^n + \sigma_y^p)\cos(n, y) = 0.\end{gathered} \qquad (4)$$

где n – направление внешней нормали в какой-либо точке контура.

Рельеф каньона в разрезе представляет полуплоскость с одним криволинейным вырезом. Для определения напряжений в (3) воспользуемся аппарат конформного отображения с помощью функции:

$$z = \omega(\zeta); z = x + \imath * y; \zeta = \xi + i * \eta; i = \sqrt{-1}; \omega(\zeta) = a * \zeta + \omega_0(\zeta); \omega_0(\zeta) = a_1 / (\zeta - \imath). \qquad (5)$$

Присвоив численные значения параметрам $a = 340$; $a_1 = -300$ м с помощью функции (5) построена форма выреза-каньона, представленная на рис. 1.

Интегрируя граничные условия (4) в преобразованной криволинейной системе координат в (5) определены функции [2]:

$$\Phi(\varsigma) \cdot \omega'(\varsigma) + G(\varsigma) = B(\varsigma) \qquad G(\zeta) = -a_1 \overline{\Phi_1(\imath)} / [\zeta - i];$$

$$\Psi(\varsigma) \cdot \omega'(\varsigma) + \Phi(\varsigma) \cdot \overline{\omega}(\varsigma) + \Phi'(\varsigma) \cdot \overline{\omega'}(\varsigma) - \overline{G}(\varsigma) = A(\varsigma), \qquad (6)$$

через которые выражается второе поле напряжений в (3) с помощью формул

$$\sigma_\xi + \sigma_\eta = 2(\Phi(\zeta) + \overline{\Phi(\zeta)}) \qquad \sigma_\eta - \sigma_\xi + 2i\tau_{\xi\eta} = 2(\overline{\omega(\zeta)}\Phi(\zeta)' + \omega(\zeta)'\Psi(\zeta)) / \overline{\omega(\zeta)'}. \qquad (7)$$

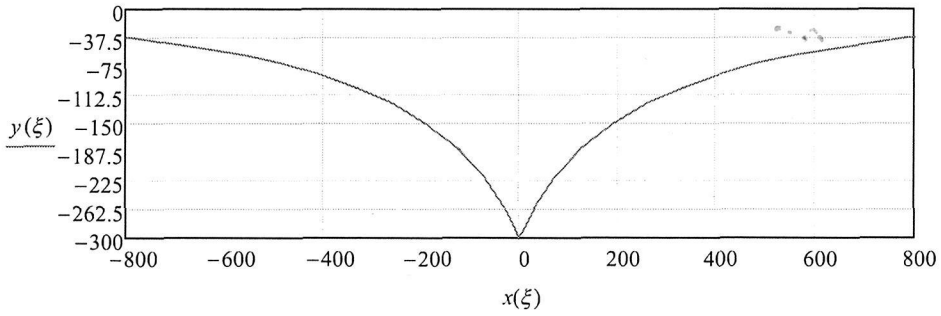


Рис. 1. *Форма каньона*

В (6) обозначены:

$$A(\xi,\eta)=\omega_0(\xi,\eta)\left[T_5+T_6\omega_0'(\xi,\eta)\right]+T_3C(\xi,\eta)+At(\xi,\eta)-T_6\mathrm{S}(\xi,\eta)$$

$$B(\xi,\eta)=T_3\omega_0(\xi,\eta)\omega_0'(\xi,\eta)+T_2\omega_0(\xi,\eta)+T_4C(\xi,\eta)+Bt(\xi,\eta)-\mathrm{T}_3\mathrm{S}(\xi,\eta)$$

$$At(\xi,\eta)=T_1\omega_0'(\xi,\eta);\quad Bt(\xi,\eta)=-T_1\omega_0'(\xi,\eta)\quad C(\xi,\eta)=\mathrm{C}_1/(\zeta-\mathrm{i})+\mathrm{C}_2/(\zeta+t_b-\mathrm{i})^2$$

$$S(\xi,\eta)=S_1/(\varsigma(\xi,\eta)-i)+S_2/\left[\varsigma(\xi,\eta)-i\right]^2+S_3/(\varsigma(\xi,\eta)+t_b-i)+S_4/\left[\varsigma(\xi,\eta)+t_b-i\right]^2;$$

$$T_1=T_x/2;T_2=a(\mathrm{A}_3+\mathrm{i}\mathrm{A}_2)/2;T_3=i(\mathrm{A}_1+\mathrm{A}_2)/4;T_4=-i(\mathrm{A}_1-\mathrm{A}_2+2\mathrm{i}\mathrm{A}_3)/4;\tag{8}$$

$$T_5=a(-\mathrm{A}_3+\mathrm{i}\mathrm{A}_2)/2;\ T_6=-i(\mathrm{A}_1-\mathrm{A}_2-2\mathrm{i}\mathrm{A}_3)/4;$$

$$\Omega_0=\omega_0(-\mathrm{i});\Omega_1=\omega_0'(-\mathrm{i});C_1=a_1\overline{\Omega_1};S_1=-a_1\overline{\Omega_1};\mathrm{S}_2=-a_1\overline{\Omega_0}.$$

Выполнен расчет начального напряженного состояния каньона без туннеля в (3). Значения компонентов напряжений для контурных точек каньона приведены в табл. 1 соответствующими именами.

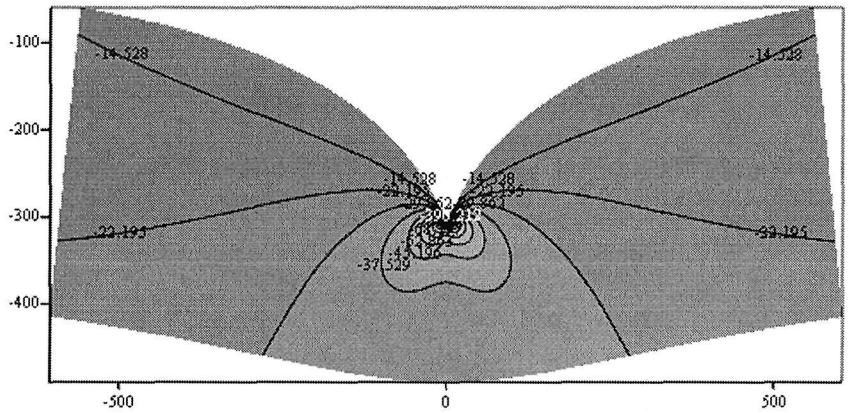
Распределение напряжений, которые вычислены относительно декартовых координат, представлены для каждого компонента напряжений на рис. 2. Принято $\lambda=0{,}5$; $\gamma=2.75*10^{-2}$; $T_x=-20$ МПа.

Таблица 1

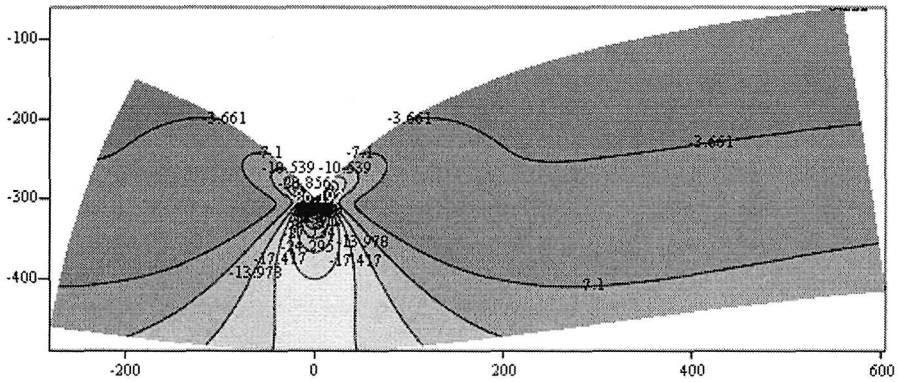
Значения компонентов напряжений на контуре каньона

0	1	2	3	4	5	6	7	
0	x	y	cig x	cig y	t_{xy}	N	T	T_{max}
1	-5	$-1.6\cdot10^3$	-11.5	$1.8\cdot10^{-15}$	-18.3	0	0	-18.3
2	-4	$-1.3\cdot10^3$	-17.6	$1.8\cdot10^{-15}$	-17.5	$1.8\cdot10^{-15}$	0	-17.5
3	-3	-930	-30	0	-16.2	$1.5\cdot10^{-15}$	0	-16
4	-2	-560	-60	0	-13.8	0	0	-13
5	-1	-190	-150	0	-10.9	0	0	-4.9
6	0	0	-300	$1.8\cdot10^{-13}$	-431	$1.8\cdot10^{-13}$	0	-431
7	1	190	-150	0	-10.9	0	0	-4.9
8	2	560	-60	0	-13.8	0	0	-13
9	3	930	-30	0	-16.2	$1.5\cdot10^{-15}$	0	-16
10	4	$1.3\cdot10^3$	-17.6	$1.8\cdot10^{-15}$	-17.5	$1.8\cdot10^{-15}$	0	-17.5

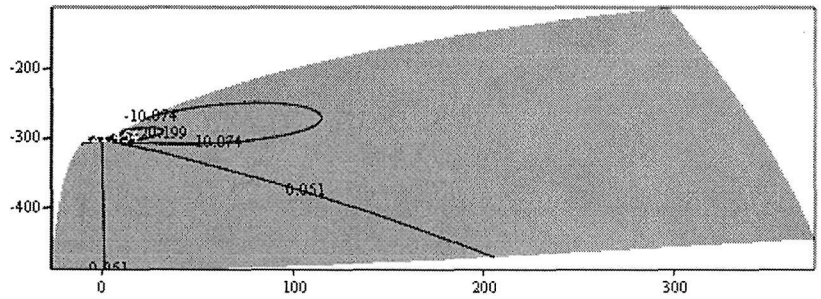
Наибольшее значение вертикального нормального напряжения имеет место в зоне сопряжения борта каньона с его основанием и равно –86,2 МПа. Горизонтальная нормальная компонента в этой же зоне наибольшая и равна –390,2 МПа. Максимальная касательная напряжения в этой зоне равна 29,4 МПа. По мере удаления от зоны основания 30–50 метров все компоненты напряжений быстро уменьшаются. Например: горизонтальная компонента не более –59 МПа; вертикальная компонента не более –20 МПа; касательная компонента не более 15 МПа. Для дальнейших разработок для начального напряженного состояния каньона вводим обозна-



Горизонтальная сигма *x*



Вертикальная сигма *y*



Касательная *Txy*

Рис. 2. *Распределение напряжений в массивах каньона*

чения: S_x – горизонтальная, S_y – вертикальная, S_{xy} – касательная компоненты напряжений. Кроме того, предположим, что центр тоннеля расположен вне зоны концентрации напряжений каньона.

Для определения третьего и четвертого поле напряжений в (1) используем отображения внешности отверстия на внешность единичного

$$z=\omega(\zeta);z=x+\imath*y;\omega(\zeta)=e^{i\delta}R\left[\zeta+\omega_0(\zeta)\right];\omega_0(\zeta)=\sum_{k=1}^{3}d_k/\zeta^k;\zeta=\rho e^{i\theta};i=\sqrt{-1}. \qquad (9)$$

Здесь $0\leq\rho\leq\infty$ – ось положительных чисел; $0\leq\theta\leq2\pi$ – полярный угол в радианах, R – коэффициент для задания масштаба отверстия; δ – параметр (в радианах) для установления ориентации оси симметрии отверстия относительно горизонтальной оси. Вариация параметров отображающей функции d_1, d_2, d_3 допускает моделировать различные формы сечений туннелей (см. табл. 2).

Сумма первых трех полей напряжений в контурных точках туннеля удовлетворяют граничным условиям:

$$\begin{gathered}(\sigma_x^{\,p}+\sigma_x^{\,n}+T_x+\sigma_x^{\,m})*\cos(n,x)+(\tau_{xy}^{\,n}+\tau_{xy}^{\,p}+\tau_{xy}^{\,m})\cos(n,y)=0;\\(\tau_{xy}^{\,n}+\tau_{xy}^{\,p}+\tau_{xy}^{\,m})\cos(n,x)+(\sigma_y^{\,n}+\sigma_y^{\,p}+\sigma_y^{\,m})\cos(n,y)=0.\end{gathered} \qquad (10)$$

Таблица 2

Константы отображающей функции (8)

№	d_1	d_2	d_3	δ
x_1–y_1	0,4706	0	0,3012	0
x_2–y_2	0,3012	0	-0,0494	0
x_3–y_3	-0,4296	0,2721	0,0588	90 градус
x_4–y_4	-0,3333	0,2033	0,0492	90 градус

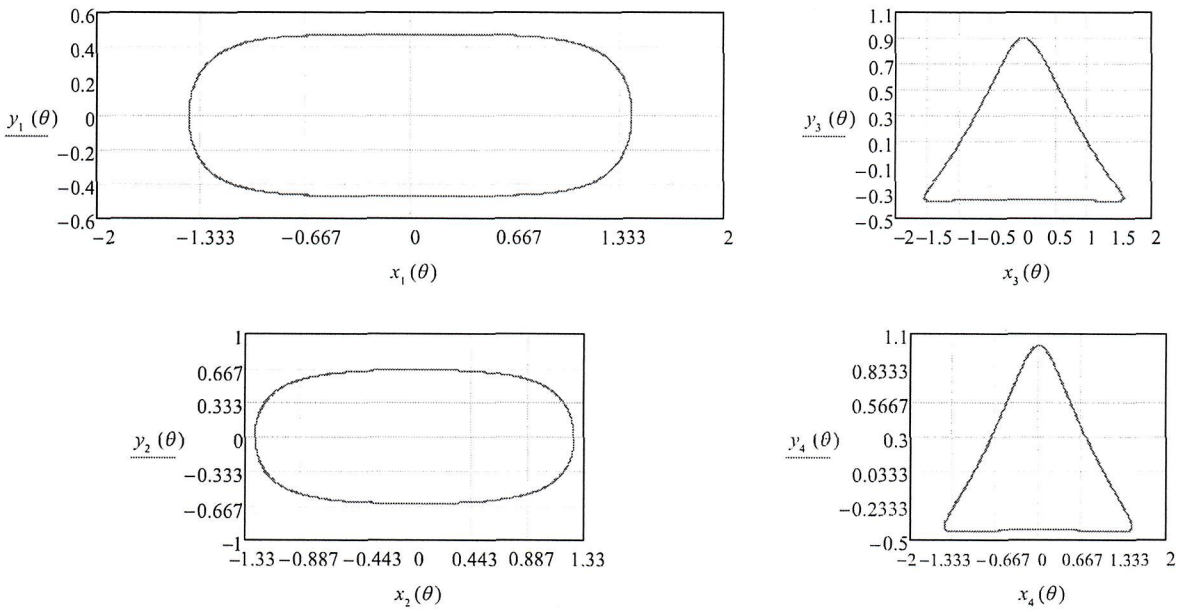


Рис. 3. *Формы поперечных сечений туннелей*

При отображении выражения (9) угол α между направлениями оси $0x$ и касательной кривой ρ определяется формулой

$$e^{2i\alpha}=\zeta^2\omega'(\zeta)/\left(\rho^2\overline{\omega'(\zeta)}\right)\qquad e^{-2i\alpha}=\overline{\zeta}^2\overline{\omega'(\zeta)}/\left(\rho^2\omega'(\zeta)\right). \tag{11}$$

Условие (9) в преобразованной плоскости (см. рис. 4) новых переменных (9) и (11) принимает вид [15]:

$$\begin{gathered}\left[R\Gamma\sigma+\varphi(\sigma)\right]+\left[R\overline{\Gamma}+\overline{\varphi'(\sigma)}\right]*\left[\omega(\sigma)/\overline{\omega'(\sigma)}\right]+\left[\overline{R\Gamma'\sigma}+\overline{\psi(\sigma)}\right]=0;\\ \left[\overline{R\Gamma\sigma}+\overline{\varphi(\sigma)}\right]+\left[R\Gamma+\varphi'(\sigma)\right]*\left[\overline{\omega(\sigma)}/\omega'(\sigma)\right]+\left[R\Gamma'\sigma+\psi(\sigma)\right]=0.\end{gathered} \tag{12}$$

Здесь обозначено так же в [15]:

$$\Gamma=(S_x+S_y)/4\ ;\quad \Gamma'=(S_y-S_x+2iS_{xy})/2\ ;\quad \overline{\Gamma'}=(S_y-S_x-2iS_{xy})/2.$$

Эти обозначения введены в [13] для обозначения однородного начального напряженного состояния S_x, S_y, S_{xy} в центре отверстия, где размещено начало оси координат нового вспомогательного переменного $\zeta=\rho e^{i\theta}$. Функция $\varphi(\zeta)$, $\Psi(\zeta)$ определена для внешности единичной окружности, где $\rho=1$ контурные точки этой окружности обозначены $\zeta=\sigma=e^{i\theta}$ и $\overline{\zeta}=\overline{\sigma}=e^{-i\theta}$.

Граничные значения функций $\varphi(\zeta)$, $\Psi(\zeta)$ представляются в виде:

$$\varphi(\sigma)=\sum_{k=1}^{\infty}R_k\sigma^{-k};\psi(\sigma)=\sum_{k=1}^{\infty}r_k\sigma^{-k};\varphi'(\sigma)=\sum_{k=1}^{\infty}-kR_k\sigma^{-k-1}.$$

Отношения $\omega(\sigma)/\overline{\omega'(\sigma)}$ и $\overline{\omega(\sigma)}/\omega'(\sigma)$ разлагаются на простые выражения (полином + правильная дробь):

$$\overline{\omega(\sigma)}/\omega'(\sigma)=e^{-2i\delta}\left[b_3\sigma^3+b_2\sigma^2+b_1\sigma^1+b_0+f_1\right];\omega(\sigma)/\overline{\omega'(\sigma)}=e^{2i\delta}\left[b_3/\sigma^3+b_2/\sigma^2+b_1/\sigma^1+b_0+f_2\right]$$

$$f_1(\sigma)=\left[q_3\sigma^3+q_2\sigma^2+q_1\sigma^1+q_0\right]/[\sigma^4-d_1\sigma^2-2d_2\sigma-3d_3];$$

$$f_2(\sigma)=\left[q_3\sigma+q_2\sigma^2+q_1\sigma^3+q_0\sigma^4\right]/[1-d_1\sigma^2-2d_2\sigma^3-3d_3\sigma^4];$$

$b_3=d_3$; $b_2=d_2$; $b_1=d_1+d_1d_3$; $b_0=2d_2b_3+d_1b_2$;
$q_0=3d_3b_0$; $q_1=3d_3b_1+2d_2b_0$; $q_2=3d_3b_2+2d_2b_1+d_1b_0$; $q_3=1+3d_3b_3+2d_2b_2+d_1b_1$.

Интегралы типа Коши от заданных граничных условий (11) определяют искомые функции $\varphi(\zeta)$, $\Psi(\zeta)$. Когда на контур туннеля действует гидростатический напор ($-P_0$) необходимо решать граничные задачи по определению функций $\varphi(\zeta)$, $\Psi(\zeta)$ из условий:

$$\begin{gathered}\varphi(\sigma)+\overline{\varphi'(\sigma)}*\left[\omega(\sigma)/\overline{\omega'(\sigma)}\right]+\overline{\psi(\sigma)}=-P_0R\omega(\sigma);\\ \overline{\varphi(\sigma)}+\varphi'(\sigma)*\left[\overline{\omega(\sigma)}/\omega'(\sigma)\right]+\psi(\sigma)=-P_0R\overline{\omega(\sigma)}.\end{gathered} \tag{13}$$

Соотношения для определения функций $\varphi(\zeta)$, $\Psi(\zeta)$ из граничных условий (11) и (12) идентичны и поэтому рационально их объединение в виде суммы для постоянных коэффициентов явно заданных в (11) и (12).

$$N_1=Re^{i\delta}(S_x+S_y)/4;\quad N_2=Re^{-i\delta}(S_y-S_x-2iS_{xy})/2;\quad N_3=\overline{N_1};\quad N_4=\overline{N_2};$$

$a_{01}=-N_1d_1-N_3$; $a_{02}=-N_1d_2$; $a_{03}=-N_1d_3$; $b_{01}=-N_4d_1-N_2$; $b_{02}=-N_4d_2$; $b_{03}=-N_4d_3$;

$a_{11}=e^{i\delta}P_0Rd_1$; $a_{12}=e^{i\delta}P_0Rd_2$; $a_{13}=e^{i\delta}P_0Rd_3$; $b_{11}=P_0Re^{-i\delta}$; $sb_1=b_{01}+b_{11}$;

$sb_2=b_{02}$; $sb_3=b_{03}$; $ca_1=a_{01}+a_{11}$; $ca_2=a_{02}+a_{12}$; $ca_3=a_{03}+a_{13}$.

Интегралы типа Коши от граничных условий в (11) и (12) имеют вид:

$$\begin{gathered}\varphi(\zeta)+G(\zeta)=A_0(\zeta);\quad \varphi'(\zeta)*\left[\overline{\omega}(\zeta)/\omega'(\zeta)\right]+\psi(\zeta)-\overline{G}(\zeta)=B_0(\zeta);\\ G(\zeta)=\left[b_3\overline{R}_1\right]e^{2i\delta}\zeta^{-1};A_0(\zeta)=\sum_{k=1}^{3}ca_k\zeta^{-k};B_0(\zeta)=\sum_{k=1}^{3}sb_k\zeta^{-k}.\end{gathered} \tag{14}$$

Для разложения в отношениях $\omega(\sigma)/\overline{\omega'(\sigma)}$ и $\overline{\omega(\sigma)}/\omega'(\sigma)$ вводим новые обозначения:
$bp0=b_0e^{2i\delta}$; $bp1=b_1e^{2i\delta}$; $bp2=b_2e^{2i\delta}$; $bp3=b_3e^{2i\delta}$; $qp0=q_0e^{-2i\delta}$; $qp1=q_1e^{-2i\delta}$; $qp2=q_2e^{-2i\delta}$; $qp3=q_3e^{-2i\delta}$.

Первое уравнение (14) содержит полюс первого порядка от интеграла второго слагаемого граничного условия в (14). Пока их обозначим через R_1, $\overline{R_1}$; Для определения их значений приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях переменного ζ^{-1} правых и левых частей первого уравнения будем иметь одно уравнение. Добавим к ним сопряженное уравнение и получим систему из двух уравнений. Для выполнения расчетов начальное напряженное состояние принято S_x=-59 МПа; S_y=-20 МПа; S_{xy}=-10 МПа. Коэффициенты системы имеют вид:

$$M_{0,0}=1; M_{0,1}=0; M_{0,1}=-bp_3; M_{1,0}=\overline{M_{0,1}}; M_{1,1}=\overline{M_{0,0}}; M0_0=ca_1; M0_1=\overline{ca_1}.$$

Система уравнений решена методом векторной алгебры, которая в пакете программ Mathcad [19] оформлена как простая вычисляемая функция. Результат решения системы выделен отдельно $MR=M^{-1}$M0;

$$MR=\begin{pmatrix}18.062+\ 12.32\mathrm{i}\\ 18.062-\ 12.32\mathrm{i}\end{pmatrix}$$

Первое уравнение после объединение коэффициентов при одинаковых степенях переменной ζ^{-k} (k=1, 2, 3) принимает вид:

$$\varphi(\zeta)=C_1/\zeta^{-1}+C_2/\zeta^{-2}+C_3/\zeta^{-3},$$

где $C_1=ca1+\gamma_1; C_2=ca2; C_3=ca3; \gamma_1=b_3MR_1e^{2i\delta}$.

$$R_0(\zeta)=(\mathrm{r}_1/\zeta^1+\mathrm{r}_2/\zeta^2)e^{-2i\delta}; \mathrm{r}_1=3C_3\,b_3+2C_2\,b_2; \mathrm{r}_2=3C_3\,b_2;$$

$$\omega\mathrm{d}(\zeta)=(\zeta^4-d_1\zeta^2-2d_2\zeta-3d_3); \omega'\mathrm{d}(\zeta)=4\zeta^3-2d_1\zeta-2d_2;$$

$$\mathrm{Q}(\zeta)=q_3\zeta^3+q_2\zeta^2+q_1\zeta+q_0; \mathrm{Q}'(\zeta)=3q_3\zeta^2+2q_2\zeta+q_1;$$

$$\mathrm{f}(\zeta)=(b_1\zeta+b_0+\mathrm{Q}(\zeta)/\omega\mathrm{d}(\zeta))e^{-2i\delta}; \mathrm{f}'(\zeta)=(b_1+(\mathrm{Q}'(\zeta)*\omega\mathrm{d}(\zeta)-\mathrm{Q}(\zeta)*\omega'\mathrm{d}(\zeta))/\omega\mathrm{d}(\zeta)^2)e^{-2i\delta};$$

$$\Phi(\zeta)=\varphi'(\zeta)/\omega'(\zeta);$$

$$\psi(\zeta)=B_0(\zeta)+R_0(\zeta)-\mathrm{f}(\zeta)*\varphi'(\zeta); \psi'(\zeta)=B_0'(\zeta)+R_0'(\zeta)-\mathrm{f}'(\zeta)*\varphi'(\zeta)-\mathrm{f}(\zeta)*\varphi''(\zeta);$$

$$\Psi(\zeta)=\psi'(\zeta)/\omega'(\zeta);$$

Таблица 3

Напряжения на контуре туннеля без напора

$\sigma_\rho(1,\theta)$	$\tau_{\rho\theta}(1,\theta)$	$\sigma_\theta(1,\theta)$
$-2.84\cdot10^{-14}$	$8.882\cdot10^{-15}$	-243.385
$-4.974\cdot10^{-14}$	$-3.73\cdot10^{-14}$	-254.971
$2.132\cdot10^{-14}$	$2.043\cdot10^{-14}$	-264.289
$-9.237\cdot10^{-14}$	$-1.128\cdot10^{-13}$	-268.089
$-1.101\cdot10^{-13}$	$5.507\cdot10^{-14}$	-260.994
$-7.461\cdot10^{-14}$	$-3.553\cdot10^{-14}$	-238.005
$-9.948\cdot10^{-14}$	$-7.105\cdot10^{-14}$	-199.199
$-2.132\cdot10^{-14}$	$5.100\cdot10^{-14}$	-151.878
$9.948\cdot10^{-14}$	$-3.553\cdot10^{-14}$	-106.031
$-7.105\cdot10^{-14}$	$3.553\cdot10^{-14}$	-68.153
$-1.421\cdot10^{-14}$	$-2.132\cdot10^{-14}$	-39.798
$7.105\cdot10^{-15}$	$4.086\cdot10^{-14}$	-19.652
0	$1.954\cdot10^{-14}$	-5.628
$-7.105\cdot10^{-15}$	$5.329\cdot10^{-14}$	4.141
$-2.132\cdot10^{-14}$	$2.132\cdot10^{-14}$	11.052

Таблица 4

Напряжения на контуре туннеля с напором

$\sigma_\rho(1,\theta)$	$\tau_{\rho\theta}(1,\theta)$	$\sigma_\theta(1,\theta)$
-50	$1.776\cdot10^{-15}$	-117.424
-50	$4.441\cdot10^{-15}$	-127.744
-50	$1.865\cdot10^{-14}$	-133.884
-50	$-4.441\cdot10^{-14}$	-134.604
-50	$5.507\cdot10^{-14}$	-128.007
-50	$-7.105\cdot10^{-15}$	-113.026
-50	$-3.553\cdot10^{-14}$	-91.461
-50	$-1.421\cdot10^{-14}$	-68.058
-50	$3.553\cdot10^{-14}$	-47.609
-50	$2.132\cdot10^{-14}$	-32.353
-50	$1.066\cdot10^{-14}$	-22.085
-50	$2.309\cdot10^{-14}$	-15.556
-50	$1.776\cdot10^{-14}$	-11.466
-50	$7.10\cdot10^{-14}$	-8.822
-50	$3.553\cdot10^{-15}$	-6.944

Сумма первых трех полей напряжений в системе криволинейных координатах, где для контурных точек туннеля ρ=1, представлены в виде табл. 3, для каждого компонента напряжений. Отсюда видно, что граничные условия (10) для туннеля без напора выполняются с высокой точностью. Погрешность не более 10^{-14}.

При действии напора P=–50 МПа на контуре тоннеля вычисленные значения компонентов напряжений приведены в табл. 4.

Результаты расчета напряжений до и после действия напора на контур туннеля представлены на рис. 4. На рис. 5 представлены изолинии компонентов относительных деформаций вокруг туннеля, которые имеет место до и после действия напора.

Выводы. Таким образом созданная модель напряженного и деформированного состояния напорных туннелей пригоден и для оценки состояний вокруг горных выработок, приняв напор P=0.

Состояния массивов вокруг туннелей и выработок в условиях действия только силы гравитации математически описано с помощью созданной модели, если примем в нем T_x=0.

Промежуточный результат в (3) для каньона при действии силы гравитации без учета тектонической силы изучен в [7, 8], а действие только горизонтальной силы исследовано Г. Нейбером [15].

Таким образом, ранее выполненные в работах [10, 20] некоторые результаты исследования для выработок расположенных в весомой полуплоскости, вновь вытекают из построенной модели (1), при случае, когда в модели влияние рельефа (второе поле напряжений) отсутствует.

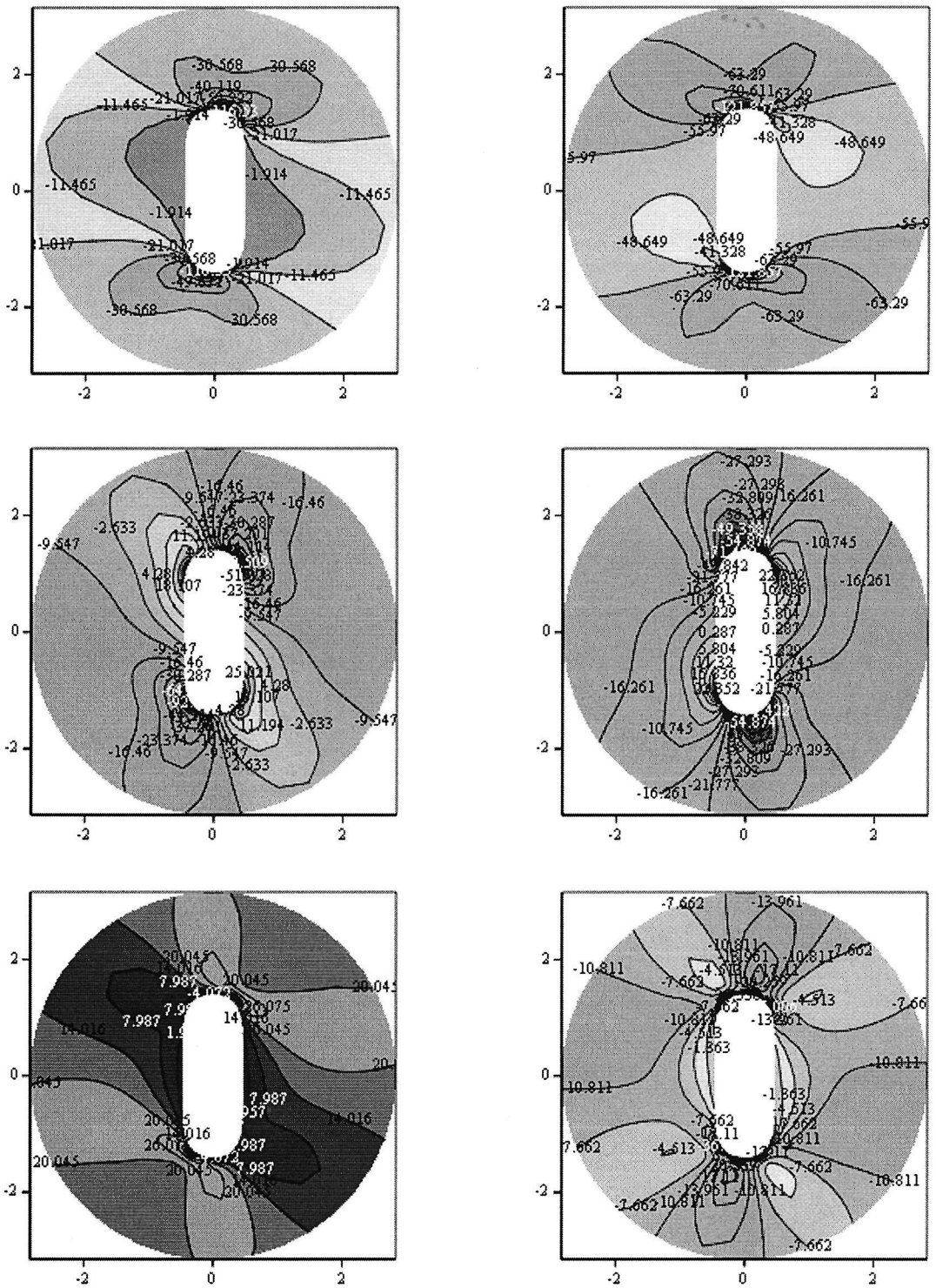


Рис. 4. *Изолинии распределения напряжений вокруг туннеля до (слева) и после действия напора (справа)*

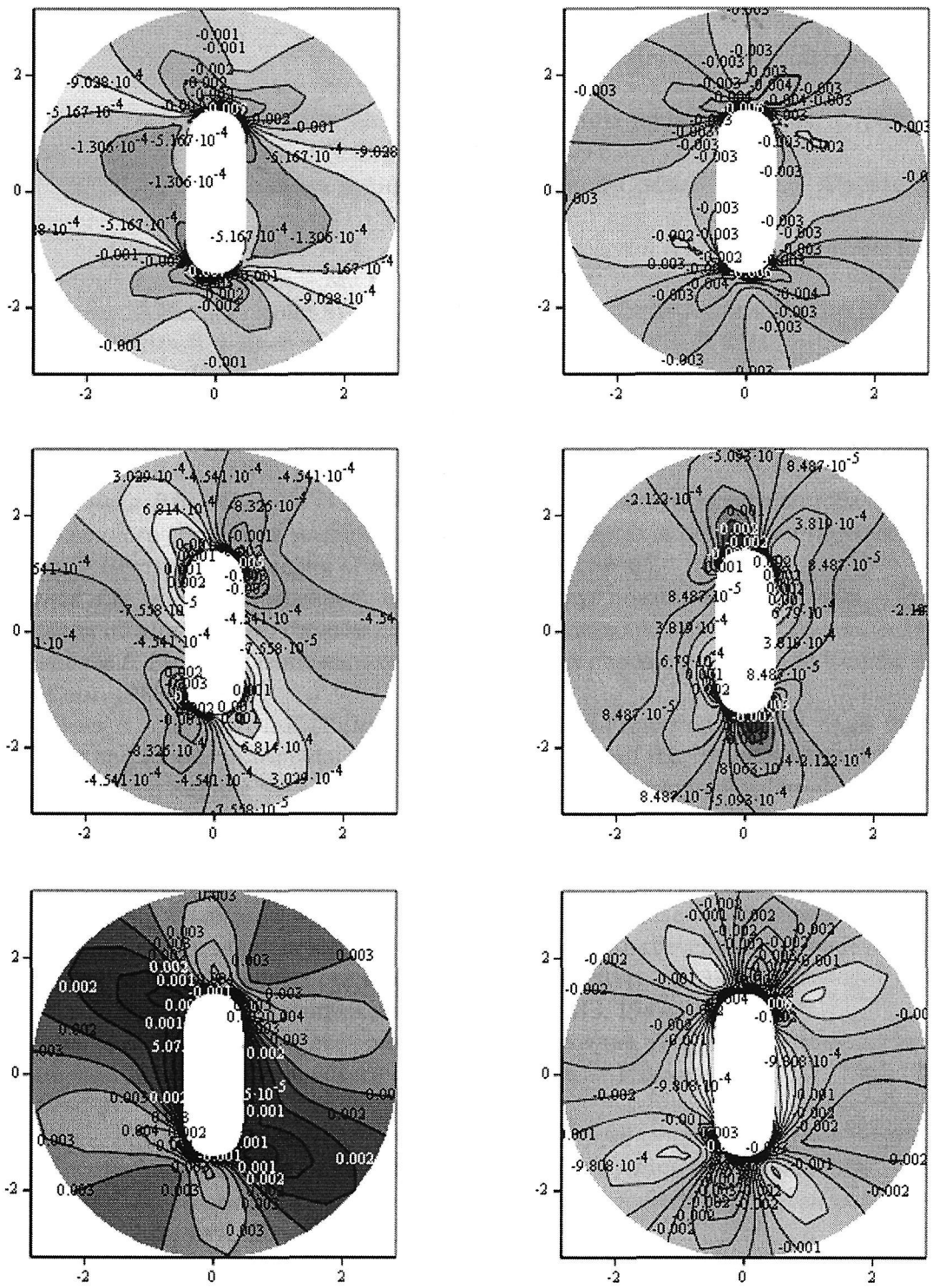


Рис. 5. *Изолинии распределения относительных деформаций вокруг туннеля до (слева) и после действия напора (справа)*

ЛИТЕРАТУРА

1. Рельеф горных стран. – М.: Мысль, 1968. – 184 с.
2. *Гуттенберг Б., Рихтер Ч.* Сейсмичность земли. – М.: Иностранная литература, 1948. – С. 160.
3. СНиП-7-81. Строительные нормы и правила: Нормы проектирования: Строительство в сейсмических районах. – М.: Строиздат, 1982. – 49 с.
4. *Айтматов И.Т.* Геомеханика рудных месторождений Средней Азии. – Фрунзе, 1984. – 246 с.
5. *Крупенников Г.А., Филатов Н.А., Амусин Б.З., Барковский В.М.* Распределение напряжений в породных массивах. – М.: Недра, 1972. – 144 с.
6. *Hast N.* Stress Fields Fracture System and the Mechanism for Movements in Greiss Avea of the Mont Blanc Massif. – Roch Mechanica Suplementum. 1980. 9. – P. 3–10.
7. *Ахпателов Д.М.* Исследование напряженного состояния массивов горных пород в поле гравитации: Автореф. дис. канд. техн. наук – М., 1972. – 23 с.
8. *Тер-Мартиросян З.Г., Ахпателов Д.М.* Напряженное состояние горных массивов в поле гравитации. /ДАН СССР, 1976. Т. 220, № 2. – С. 311–314.
9. *Гольдштейн Р.В., Калинин Э.В.* Опыт применения аналитического метода для оценки напряженного состояния массива горных пород в бортах и основании глубоких речных долин. – Вестник МГУ, серия «Геология», № 5. – С. 54–65.
10. *Динник А.Н. и др.* Распределение напряжений вокруг подземных выработок. / Труды совещания по управлению горным давлениям. М.: Изд-во АН СССР, 1938. – С. 7–55.
11. *Жумабаев Б.* Распределение напряжений в массивах пород с гористым рельефом. – Фрунзе: Илим, 1988. – 190 с.
12. *Jumabaev B.J., Ismailova K.D.* Durability of Dams and Protection of Land Stock from Mud-Torrents and Floods in Mountain Regions. / Proceedings of the 7th International Symposium High Mountain Remote Sensign Cartography. Institute for Cartography, Dresden University of Technology. Germany, 2004.
13. *Мусхелишвили Н.И.* Некоторые основные задачи математической теории упругости. – М.: Наука, 1966.– 707 с.
14. *Жумабаев Б., Аманалиев А.А., Ботоканова Б.А.* Распределение напряжений вокруг напорного туннеля с эллиптическим (круглым) поперечным сечением. // Современные проблемы механики сплошных сред. Вып. 13. Бишкек, 2011. – С. 330–338.
15. *Нейбер Г.* Концентрация напряжений. – М.–Л.: ОГИЗ, 1947. – С. 204.
16. *Гольдин А.Л.* Напряженно-деформированное состояние упругой полуплоскостей с вырезом под действием гидростатической нагрузки. // Известия ВНИИГ, 1969. Т. 91. – С. 239–301.
17. *Ержанов Ж.С., Айталиев Ш.М., Масаков Ж.К.* Сейсмонапряженное состояние подземных сооружений в анизотропном слоистом массиве. – Алма-Ата: Наука, 1980. – 212 с.
18. *Авершин С.Г., Балалаева С.А., Груздев В.Н.* Распределение напряжений вокруг горных выработок. – Фрунзе :Илим, 1971. – 130 с.
19. *Кирьянов Д.* Mathcad 14 в подлиннике. – СПб.: БВХ-Петербург, 2007. – 704 с.
20. *Булычев Н.С.* Механика подземных сооружений. – М.: Недра, 1982. – 272 с.